Analysis I: Geraden und Polynome

1. Zeichnen Sie die Geraden, die zu folgenden Gleichungen gehören in ein Koordinatensystem

a) x = -2 **b)** x = 1 **c)** y = 4 **d)** y = -3 **e)** die Winkelhalbierende (y = x) **f)** y = 3x **g)** y = -2x +1

2. Finden Sie die Gerade durch **a)** A(2|0) und B(0|3) [**b)** A(2|2), B(-1|-2) **c)** A(0|e) B(2|2e)]

3. Finden Sie die Gerade durch **a)** den Punkt P(2| 4) mit Steigung m = -2 [**b**) P(0| 1) m = - 0.5]

4. Bestimmen Sie den Limes für x → + ∞ und x → - ∞ von folgenden Funktionen f(x).

$$a: f(x)=x^3-7x^2+2x-1 \quad b: f(x)=3x^4-x^2+2x \quad c: f(x)=-\frac{1}{2}x^5-\frac{3}{4}x^3 \quad d: f(x)=(x^2-1)^2$$

5. Leiten Sie die folgenden Funktionen zweimal ab.

$$a: f(x)=x^3-7x^2+2x-1 \quad b: f(x)=2x^3-5x+4 \quad c: f(x)=3x^4-x^2+2x \quad d: f(x)=\frac{1}{2}x^5-\frac{3}{4}x^3$$

$$e: f(x)=x-x^3+1 \quad f: f(x)=ax^5-5+\frac{1}{2}x^4 \quad g: f(x)=\frac{1}{3}(x^2-2x) \quad h: f(x)=-\frac{1}{5}(x^4+x^2-4)$$

$$i: f(x)=\frac{x^2-2x-3}{4} \quad j: f(x)=(x-2)^2 \quad k: f(x)=\frac{1}{3}(4x-3)^3 \quad l: f(x)=(x^2-1)^2$$

$$m: f(x)=\frac{1}{2}(1-kx)^4 \quad n: f(x)=(x-2)(x^2+1) \quad o: f(x)=2(1-x)(1+x) \quad p: f(x)=(x^2-ax)(1-2x)^2$$

6. Bestimmen Sie für Aufgabe d, g, i, j, k, l, m, n, o und p die Nullstellen, wenn möglich durch Sehen.

7. Von welcher der obigen Funktionen können Sie sehen, dass sie achsensymmetrisch zur y Achse ist, von welcher, dass sie punktsymmetrisch zum Ursprung ist?

8. Untersuchen Sie die zwei folgenden Funktionen auf Art und Lage lokaler Extrempunkte.

a) $f(x)=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2$ **b)** $f(x)=\frac{1}{6}(2x-1)^3$

9. Kurvendiskussion

a) Untersuchen Sie die Funktion $f(x)=x^3-\frac{1}{4}x^4$ auf Nullstellen. Für welche x läuft der Graf G oberhalb der x-Achse, für welche unterhalb. (Felderabstreichmethode). Ermitteln Sie die Extrempunkte. Zeichnen Sie den Grafen G von f. Ermitteln Sie die Gleichung der Tangente durch den Punkt P(1|0.75). Zeichnen Sie die Tangente ein.

b) Gegeben ist die Funktion $f(x)=x^3+3x^2$. Bestimmen Sie die Nullstellen von f und das Verhalten an den Rändern +∞ und - ∞. Bestimmen Sie Art und Lage der lokalen Extrempunkte des Grafen G. Ermitteln Sie die Gleichung der Normalen n in P(-1| ?)
(* Die Normale in P schneidet den Grafen G in zwei weiteren Punkten P und Q. Zeigen Sie dass die Tangenten in P und Q parallel sind.)