Analysis V: Die ln-Funktion, Nullstellen und Ableitungen

1. Schätzen Sie zuerst rechnen Sie dann:

	ln2	ln4	ln16	$\ln 2^{10}$	ln1	ln0,5	ln0,01	ln(-2)	$\ln e^5$	"ln0"	" $\ln +\infty$ "
Schätzung											
Rechnung											

2. Ordnen Sie der Größe nach:

$\ln e^2$	$\ln e^3$	$\ln e^e$	2ln1	$\ln 0{,}9$	$\ln\frac{1}{9}$	e^0	$e^{\ln 4}$	5

3. Bestimmen Sie die Nullstellen und leiten Sie einmal ab.

a) $\ln x \cdot (5x-4)$ b) $4x \cdot \ln x$ c) $(4-2x) \cdot \ln x$ d) $(2x^2-4)\cdot \ln x$

4.

a) $\ln(x) + 4$ b) $\ln(x) - 4$ c) $\ln\left(\frac{x}{2}+1\right)$ d) $\ln\left(x^2+3x-9\right)$

e) $\ln(2x)$ f) $\ln\left(\frac{3-x}{x+3}\right)$ g) $\ln\left(\frac{x+1}{2x}\right)$ h) $\ln(e^x-1)$

5.

a) $(\ln x)^2+2\ln x$ b) $5\ln(x+1)-x^2\ln(x+1)$ **c)** $x\cdot\ln(x-3)-\ln(x-3)$ d) $\ln x - 2x\cdot\ln x$

6.*

a) $1-[\ln(x)]^2$ b) $(\ln x)^2+\ln x^2$ c) $(\ln(2x)-5)^2$ d) $(\ln x)^2-\ln x^3+2$

7.

a) $\frac{1}{\ln x}$ b) $\frac{x}{\ln x}$ c) $\frac{\ln x}{e^x}$ d) $\frac{\ln x-2}{x^2+1}$

8. Bestimmen Sie f(1), falls definiert, mit Taschenrechner auf zwei Nachkommastellen genau.

	3a	3b	3c	3d	4a	4b	4c	4d	4e	4f	4g	4h
f(1)												
	5a	5b	5c	5d	6a	6b	6c	6d	7a	7b	7c	7d
f(1)												

9. Bestimmen Sie alle Aufgaben in denen der Definitionsbereich $\mathbb{R}^+$ ist.

10. Bestimmen Sie den Definitionsbereich (Felderabstreichmethode der Argumentfunktion):

a) $\ln\left(\frac{x}{2}+1\right)$ b) $\ln\left(x^2+3x\right)$ c) $\ln(x+5)$ d) $\ln(10-x^2)$

11. Bestimmen Sie den Limes für x gegen + ∞ und x gegen 0

	$(2x^2-4)\cdot lnx$	1-[ln(x)]^2	$\frac{1}{lnx}$	ln(x) + 4	- lnx +3
$\lim_{x\to+\infty} f(x)$					
$\lim_{x\to 0} f(x)$					

12. Leiten Sie einmal ab:

a) f(x) = ln(x^2-2x)
b) f(x) = ln (ax)
c) f(x) = (ln(x +1))lnx
d) f(x) = ax lnx
e) f(x) = x^2lnx
f) f(x) = (lnx-x)^3
g) f(x) = lnx^3
h) f(x) = $\frac{1}{lnx}$

Lösungen für f '(x):

a) $\frac{2x-2}{x^2-2x}$ b) $\frac{1}{x}$

c) $\frac{x\,lnx+(x+1)\ln(x+1)}{x(x+1)}$ d) a lnx + a

e) x(2lnx +1) f) $3(lnx-x)^2(\frac{1}{x}-1)$

g) $\frac{3}{x}$ h) $\frac{-1}{x[lnx]^2}$

Analysis V: Der natürliche Logarithmus, Kurvendiskussion

1. a) Geben Sie den Definitionsbereich der folgenden Funktionen an
b) Bestimmen Sie die Nullstellen
c) Untersuchen Sie das Verhalten am Rand
d) Bestätigen Sie die Ableitung
e) Bestimmen Sie das Monotonieverhalten, wenn vorhanden bestimmen Sie Art und Lage lokaler Extrema.
f) Bestätigen Sie die zweite Ableitung und bestimmen Sie deren Nullstellen
h) Skizzieren Sie alle Ergebnisse wie üblich

a) f(x) = 2lnx+5	$f'(x)=\frac{2}{x}$	$f''(x)=-\frac{2}{x^2}$
b) $f(x)=\frac{lnx+1}{x}$	$f'(x)=\frac{-lnx}{x^2}$	$f''(x)=-\frac{1-2\ln x}{x^3}$
c) $f(x)=1-[lnx]^2$	$f'(x)=\frac{-2\ln x}{x}$	$f''(x)=\frac{2\ln x-2}{x^2}$
d) $f(x)=lnx^2-[lnx]^2$	$f'(x)=\frac{2-2\ln x}{x}$	$f''(x)=\frac{2\ln x-4}{x^2}$
e) $f(x)=\ln(\frac{4-x}{x})$	$f'(x)=\frac{-4}{x(4-x)}$	$f''(x)=8\frac{2-x}{x^2(4-x)^2}$
f)* $f(x)=\ln(x^2-5)$	$f'(x)=\frac{2x}{x^2-5}$	$f''(x)=\frac{-2x^2-10}{(x^2-5)^2}$
g)* f(x) = 2x lnx	f'(x) = 2lnx +2	$f''(x)=\frac{2}{x}$