

Analysis V: $\ln x$, Nullstellen und Ableitungen, Lösungen

	$f(x)$	Nullstellen von f	$f(1)$	$f'(x)$
3a	$\ln x \cdot (5x-4)$	$x=1, x=0,8$	0	$\frac{1}{x} \cdot (5x-4) + \ln x \cdot 5$
3b	$4x \cdot \ln x$	$x=1, x=0$ n.d.	0	$4 \cdot \ln x + 4x \cdot \frac{1}{x}$
3c	$(4-2x) \cdot \ln x$	$x=2, x=1$	0	$-2 \cdot \ln x + (4-2x) \cdot \frac{1}{x}$
3d	$(2x^2-4) \cdot \ln x$	$x=-\sqrt{2}$ n.d. $x=\sqrt{2}, x=1$	0	$4x \cdot \ln x + (2x^2-4) \cdot \frac{1}{x}$
4a	$\ln(x) + 4$	$x=e^{-4}$	4	$\frac{1}{x}$
4b	$\ln(x) - 4$	$x=e^4$	-4	$\frac{1}{x}$
4c	$\ln\left(\frac{x}{2}+1\right)$	$x=0$	0,4	$\frac{1}{\frac{x}{2}+1} \cdot \frac{1}{2}$
4d	$\ln(x^2+3x-9)$	$x=2, x=-5$	n.d.	$\frac{1}{x^2+3x-9} \cdot (2x+3)$
4e	$\ln(2x)$	$x=0,5$	0,7	$\frac{1}{2x} \cdot 2$
4f	$\ln\left(\frac{3-x}{x+3}\right)$	$x=0$	-0,7	(erst umformen) $\frac{1}{3-x} \cdot (-1) - \frac{1}{x+3} \cdot 1$
4g	$\ln\left(\frac{x+1}{2x}\right)$	$x=1$	0	(erst umformen) $\frac{1}{x+1} \cdot 1 - \frac{1}{2x} \cdot 2$
4h	$\ln(e^x - 1)$	$x=0,7$	0,54	$\frac{1}{e^x-1} \cdot e^x$
5a	$(\ln x)^2 + 2 \ln x$	$x=1, x=e^{-2}$	0	$2 \cdot \ln x \cdot \frac{1}{x} + 2 \cdot \frac{1}{x}$
5b	$5 \ln(x+1) - x^2 \ln(x+1)$	$x=-\sqrt{5}$ n.d. $x=\sqrt{5}, x=0$	2,8	$5 \cdot \frac{1}{x+1} - [2x \cdot \ln(x+1) + x^2 \cdot \frac{1}{x+1}]$
5c	$x \cdot \ln(x-3) - \ln(x-3)$	$x=4, x=1$ n.d.	0	$1 \cdot \ln(x-3) + x \cdot \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x-3}$
5d	$\ln x - 2x \cdot \ln x$	$x=1, x=0,5$	0	$\frac{1}{x} - [2 \cdot \ln x + 2x \cdot \frac{1}{x}]$
6a	$1 - [\ln(x)]^2$	$x=e, x=e^{-1}$	1	$-2 \cdot \ln x \cdot \frac{1}{x}$
6b	$(\ln x)^2 + \ln x^2$	$x=1, x=e^{-2}$	0	(erst umformen) $2 \ln x \cdot \frac{1}{x} + 2 \cdot \frac{1}{x}$

6c	$(\ln(2x)-5)^2$	$\frac{e^5}{2}$	18,5	$2(\ln(2x)-5) \cdot \frac{1}{2x} \cdot 2$
6d	$(\ln x)^2 - \ln x^3 + 2$	$x = e, x = e^2$	2	(erst umformen) $2 \ln x \cdot \frac{1}{x} - 3 \cdot \frac{1}{x}$
7a	$\frac{1}{\ln x}$	keine	n.d.	$\frac{0 \cdot \ln x - 1 \cdot \frac{1}{x}}{(\ln x)^2}$
7b	$\frac{x}{\ln x}$	$x=0$ n.d.	n.d.	$\frac{1 \cdot \ln x - x \cdot \frac{1}{x}}{(\ln x)^2}$
7c	$\frac{\ln x}{e^x}$	$x=1$	0	$\frac{\frac{1}{x} \cdot e^x - \ln x \cdot e^x}{(e^x)^2}$
7d	$\frac{\ln x - 2}{x^2 + 1}$	$x=e^2$	-1	$\frac{\frac{1}{x} \cdot (x^2 + 1) - (\ln x - 2) \cdot 2x}{(x^2 + 1)^2}$

10. Bestimmen Sie den Definitionsbereich (Felderabstreichmethode der Argumentfunktion):

- a) $\ln\left(\frac{x}{2} + 1\right)$ $D_f =]-2; +\infty[$ b) $\ln(x^2 + 3x)$ $D_f =]-\infty; -3[\cup]0; +\infty[$
c) $\ln(x + 5)$ $D_f =]-5; +\infty[$ d) $\ln(10 - x^2)$ $D_f =]-\sqrt{10}; \sqrt{10}[$

11. Bestimmen Sie den Limes für x gegen $+\infty$ und x gegen 0

	$(2x^2 - 4) \cdot \ln x$	$1 - [\ln(x)]^2$	$\frac{1}{\ln x}$	$\ln(x) + 4$	$-\ln x + 3$
$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$	$+\infty$	$-\infty$	0	$+\infty$	$-\infty$
$\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$	$+\infty$	$-\infty$	0	$-\infty$	$+\infty$

Analysis V: Der natürliche Logarithmus $\ln$, Lösungen

$f(x)$	D_f	Nullst.	Verhalten am Rand	Asymptoten	Extrema / Monotonie	Wendepunkte
$2\ln x + 5$	$\mathbb{R}^+$	$x = 1$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \infty$ $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty$	$x = 0$	streng monoton steigend	keine
$\frac{\ln x + 1}{x}$	$\mathbb{R}^+$	$x = 0,37$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty$	$x = 0$	Hop (1 1)	W(1,6 0,9)

$1 - [\ln x]^2$	$\mathbb{R}^+$	$x = 0,37$ $x = 2,72$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty$	$x = 0$	Hop (1 1)	W(2,72 0)
$\ln x^2 - [\ln x]$	$\mathbb{R}^+$	$x = 1$ $x = 7,39$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty$	$x = 0$	Hop (e 1)	W(7,39 0)
$\ln\left(\frac{4-x}{x}\right)$	$]0, 4[$	$x = 2$	$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = -\infty$	$x = 0$ $x = 4$	streng monoton steigend	W(2 0)
$\ln(x^2 - 5)$	$] -\infty, -\sqrt{5}[$ $\cup]\sqrt{5}, +\infty$	$x = \sqrt{6},$ $x = -\sqrt{6}$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow \pm\sqrt{5}} f(x) = -\infty$	$x = \sqrt{5},$ $x = -\sqrt{5},$	erst fallend, dann steigend	keine
$2x \ln x$	$\mathbb{R}^+$	$x = 1$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \infty$ $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$	keine	Tip (0,37 -0,74)	keine