

Analysis VII: Lösungen

1. Bestimmen Sie die Nullstellen

a) $x=7$ b) $x=e^7$ c) $x=\ln 7$ d) $x=\sqrt{7} \vee x=-\sqrt{7}$ e) keine Lösung

f) $x=0 \vee x=\pi \vee x=2\pi$ g) keine Lösung

2. a) $x=1 \vee x=8$ b) $x=1 \vee x=3 \vee x=-3$ c) $x=8$ d) $x=6$ e) $x=11$ f) $x=7$

3.

a) $x=0 \vee x=\pi \vee x=2\pi$ b) $x=\frac{\pi}{2} \vee x=\frac{3\pi}{2}$ c) $x=\frac{-\pi}{2} \vee \frac{\pi}{2} \vee x=\frac{3\pi}{2}$ d) $x=\frac{\pi}{4} \vee x=\frac{3\pi}{4}$

e) $x=-1 \vee x=\pi-1 \vee x=2\pi-1$ f) $x=\frac{3\pi}{4} \vee x=\frac{7\pi}{4}$

4. Leiten Sie einmal ab:

a) $\frac{1}{2\sqrt{x-7}}$ b) $\frac{1}{2\sqrt{\ln x-7}} \cdot \frac{1}{x}$ c) $\frac{1}{2\sqrt{e^x-7}} \cdot e^x$ d) $\frac{1}{2\sqrt{x^2-7}} \cdot 2x$ e) $\frac{1}{\sqrt{e^{x+1}}} \cdot e^{x+1}$

f) $\frac{1}{2\sqrt{\sin x}} \cdot \cos x$ g) $\frac{1}{2\sqrt{x^2+1}} \cdot 2x$ h) $1 \cdot \sqrt{x+8} + (x-1) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x+8}} \cdot 1$

i) $\frac{1}{x} \cdot \sqrt{x^2-9} + \ln x \cdot \frac{1}{2\sqrt{x^2-9}} \cdot 2x$ j) $\frac{1}{(\sqrt{x-7})} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x-7}} \cdot 1$ k) $e^{\sqrt{x-6}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x-6}} \cdot 1$

l) $2(\sqrt{x-7}-1) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x-7}} \cdot 1$ m) $\frac{1}{2\sqrt{x}}$ n) $\cos(x)$ o) $-\sin(x)$ p) $\cos\left(x+\frac{\pi}{2}\right) \cdot 1$

q) $-\sin(2x) \cdot 2$ r) $\cos(x+1)$ s) $-2\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$

t) $\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}$ u) $-2x^{-\frac{1}{2}}$ v) $-\frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}}$ w) $\frac{1}{2}x^{-\frac{3}{2}}$ u) $2(x^{\frac{1}{4}}+1) \cdot \frac{1}{4}x^{-\frac{3}{4}}$ w) $\frac{1}{3x}$

5. Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich:

a) $\sqrt{x-7}$ $D_f = [7; +\infty[$ b) $\sqrt{\ln x-7}$ $D_f = [e^7; +\infty[$ c) $\sqrt{e^x-7}$ $D_f = [\ln 7; +\infty[$

d) $\sqrt{x^2-7}$ $D_f =]-\infty; -\sqrt{7}] \cup [\sqrt{7}; +\infty[$ e) $\sqrt{e^{x+1}}$ $D_f = \mathbb{R}$

f) $\sqrt{\sin x}$ $D_f = [0; \pi]$ g) $\sqrt{x^2+1}$ $D_f = \mathbb{R}$

6. Fassen Sie ohne Taschenrechner zusammen:

a) $\ln \frac{1}{e} - \ln e^3 + \ln \sqrt{e} - \ln 1 = -1 - 3 + 0,5 - 0 = -3,5$

b) $\ln x^2 + 3 \ln(x^2+x) - 2 \ln(x+1) - \ln[(x+1)^2] + \ln x - \ln \frac{1}{x} + \ln \frac{1}{x+1}$

$$= 2\ln x + 3\ln[x(x+1)] - 2\ln(x+1) - 2\ln(x+1) + \ln x + \ln x - \ln(x+1)$$

$$= 2\ln x + 3\ln x + 3\ln(x+1) - 2\ln(x+1) - 2\ln(x+1) + \ln x + \ln x - \ln(x+1)$$

$$= \mathbf{7\ln x - 2\ln(x+1)}$$

7.

	$i) D_f$	Nullstellen	Wertebereich
$f(x) = \sqrt{x-3}$	$[3; +\infty[$	$x=3$	$[0; +\infty[$
$f(x) = \ln\left(\frac{x}{2} + 1\right)$	$] -2; +\infty[$	$x = 0$	$\mathbb{R}$
$f(x) = -0,5e^{0,25x}$	$\mathbb{R}$	keine	$] -\infty; 0[$